

## Exercícios Resolvidos de Teoria Eletromagnética

**Jason Alfredo Carlson Gallas**, professor titular de física teórica,  
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Instituto de Física

Matéria para a TERCEIRA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro  
“Fundamentos de Física”, Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: <http://www.if.ufrgs.br/~jgallas>

### Conteúdo

<b>1</b>	<b>A Lei da Indução, de Faraday – [Capítulo 32, página 220]</b>			<b>2</b>
1.1	Questões . . . . .			2
1.2	Problemas e Exercícios . . . . .			2
		1.2.1	Lei da Indução de Faraday – 1/21	2
		1.2.2	Indução: Um Estudo Quantitativo – 22/39 . . . . .	5
		1.2.3	Campo Elétrico Induzido – 40/47	8
		1.2.4	O Betatron – 45/46 . . . . .	8
		1.2.5	Problemas Adicionais – 48/51 . . . . .	8

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para [jgallas @ if.ufrgs.br](mailto:jgallas@if.ufrgs.br)  
(lista3.tex)

# 1 A Lei da Indução, de Faraday – [Capítulo 32, página 220]

## 1.1 Questões

### Q 32-14.

Um solenóide percorrido por uma corrente constante é aproximado de uma espira condutora, como é mostrado na figura ao lado. Qual é o sentido da corrente induzida na espira visto pelo observador que aparece na figura?

► Sentido horário. Mas voce deve saber como deduzir isto...

### Q 32-17.

►

## 1.2 Problemas e Exercícios

### 1.2.1 Lei da Indução de Faraday – 1/21

#### E 32-2

Uma corrente  $i = i_0 \sin(\omega t)$  percorre um solenóide extenso que possui  $n$  espiras por unidade de comprimento. Uma espira circular de área  $A$  está no interior do solenóide e seu eixo coincide com o eixo do solenóide. Ache a fem induzida na espira.

► Basta aplicar a definição de  $\mathcal{E}$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -A \frac{dB}{dt} \\ &= -A \frac{d}{dt}(\mu_0 i n) \\ &= -A \mu_0 n \frac{d}{dt}(i_0 \sin \omega t) \\ &= -A \mu_0 n i_0 \omega \cos \omega t \\ &= -\mathcal{E}_0 \cos \omega t, \end{aligned}$$

onde  $\mathcal{E}_0 \equiv A \mu_0 n i_0 \omega$ .

#### P 32-4.

Um campo magnético uniforme,  $\mathbf{B}$ , é perpendicular ao plano de uma espira circular de raio  $r$ . O módulo do campo varia com o tempo de acordo com a relação  $B = B_0 e^{-t/\tau}$ , onde  $B_0$  e  $\tau$  são constantes. Encontre a fem induzida na espira em função do tempo.

► Chamando de  $A = \pi r^2$  a área da espira, temos

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A \frac{dB}{dt} \\ &= -\pi r^2 \frac{d}{dt}(B_0 e^{-t/\tau}) \\ &= \frac{\pi r^2 B_0 e^{-t/\tau}}{\tau}. \end{aligned}$$

#### P 32-5.

Na figura ao lado, o fluxo magnético que atravessa a espira indicada cresce com o tempo de acordo com a expressão

$$\Phi_B(t) = 6t^2 + 7t,$$

onde  $\Phi_B$  é dado em miliwebers e  $t$  em segundos. (a) Calcule o módulo da fem induzida na espira quando  $t = 2$  s; (b) Ache o sentido da corrente através de  $R$ .

► (a)

$$\begin{aligned} |\mathcal{E}(t)| &= \frac{d\Phi_B}{dt} = 12t + 7 \\ \mathcal{E}(t = 2) &= 12 \cdot 2 + 7 = 31 \text{ Volts.} \end{aligned}$$

(b) O sentido da corrente induzida na espira é o sentido horário, com a corrente passando em  $R$  da direita para a esquerda.

#### P 32-8.

Um campo magnético uniforme é ortogonal ao plano de uma espira circular de diâmetro igual a 10 cm, feita de fio de cobre (diâmetro = 2.5 mm). (a) Calcule a resistência do fio (Veja a Tabela 1 do Cap. 28). (b) A que taxa deve o campo magnético variar com o tempo para que uma corrente induzida de 10 A seja estabelecida na espira?

► (a)

$$\begin{aligned}
 R &= \rho_{\text{Cu}} \frac{L}{A} \\
 &= \frac{(1.69 \times 10^{-8}) (2\pi) (0.05)}{\pi(0.00125)^2} \\
 &= 1.1 \text{ m}\Omega.
 \end{aligned}$$

(b) Para 10 A temos  $\mathcal{E} = Ri = (1.1 \times 10^{-3})(10) = 11 \text{ mV}$ . Por outro lado, sabemos que

$$|\mathcal{E}| = \frac{d}{dt}(AB) = A \frac{dB}{dt}$$

donde tiramos que  $dB = |\mathcal{E}|dt/A$ . Portanto, integrando-se, obtemos

$$\begin{aligned}
 B \equiv B(t) &= \int dB = \frac{|\mathcal{E}|}{A} \int dt = \frac{|\mathcal{E}|}{A} t \\
 &= 2241 \text{ t}.
 \end{aligned}$$

**P 32-10.**

Na figura ao lado uma bobina de 120 espiras, de raio 1.8 cm e resistência  $5.3 \Omega$  é colocada na parte externa de um solenóide semelhante ao indicado no Exemplo 1. Se a corrente no solenóide varia com o tempo do mesmo modo indicado no Exemplo 1: (a) qual é a corrente que surge na bobina enquanto a corrente do solenóide está variando? (b) Como os elétrons de condução da bobina “recebem a mensagem” do solenóide de que eles devem se mover para criar a corrente? Afinal de contas, o fluxo magnético está inteiramente confinado no interior do solenóide.

► (a) A magnitude do campo magnético dentro do solenóide é  $B = \mu_0 n i_s$ , onde  $n$  é o número de voltas por unidade de comprimento e  $i_s$  é a corrente no solenóide. O campo é paralelo ao eixo do solenóide, de modo que o fluxo através da seção transversal do solenóide é  $\Phi_B = A_s B = \mu_0 \pi r_s^2 n i_s$ , onde  $A_s (= \pi r_s^2)$  é a área da seção transversal do solenóide. Como o campo magnético é zero fora do solenóide, este também é o valor do fluxo através da bobina. A fem na bobina tem a magnitude

$$\mathcal{E} = N \frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 \pi r_s^2 N n \frac{di_s}{dt}$$

e a corrente na bobina é

$$i_b = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 \pi r_s^2 N n}{R} \frac{di_s}{dt},$$

onde  $N$  é o número de voltas na bobina e  $R$  é a resistência da bobina.

De acordo com o Exemplo 1, a corrente varia linearmente de 3 A em 50 ms, de modo que  $di_s/dt = (3 \text{ A})/(50 \times 10^{-3} \text{ s}) = 60 \text{ A/s}$ . Portanto, com  $n = 220 \times 10^2$  espiras/m (veja Exemplo 1),

$$\begin{aligned}
 i_b &= \frac{(4\pi \times 10^{-7}) \pi (0.018)^2 (120) (220 \times 10^2)}{5.3 \Omega} 60 \\
 &= 30.2 \times 10^{-2} \text{ A}.
 \end{aligned}$$

**P 32-11.**

Um solenóide longo com raio de 25 mm possui 100 espiras/cm. Uma espira circular de 5 cm de raio é colocada em torno do solenóide de modo que o seu eixo coincida com o eixo do solenóide. A corrente no solenóide reduz-se de 1 A para 0.5 A a uma taxa uniforme num intervalo de tempo de 10 ms. Qual é a fem que aparece na espira?

► Chamando de  $A = \pi r^2$  a área de cada uma das espiras, lembrando que, conforme a Eq. 31-21, o campo dentro de um solenóide é  $B = \mu_0 n i$ , e que no solenóide o fluxo magnético através de cada espira é  $\Phi_B = AB$ , temos

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A \frac{d}{dt}(\mu_0 n i) = -\mu_0 n \pi r^2 \frac{di}{dt}.$$

Portanto, com  $\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{A/m}$ , obtemos

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E} &= -\mu_0 \left(\frac{100}{10^{-2}}\right) (\pi) (25 \times 10^{-3})^2 \frac{(0.5 - 1.0)}{10 \times 10^{-3}} \\
 &= 1.237 \times 10^{-3} \text{ V} = 1.2 \text{ mV}.
 \end{aligned}$$

**P 32-12.**

Deduza uma expressão para o fluxo através de um toróide com  $N$  espiras transportando uma corrente  $i$ . Suponha que o enrolamento tenha uma seção reta retangular de raio interno  $a$ , raio externo  $b$ , altura  $h$ .

► Sabemos que o campo do toróide é

$$B_t = \frac{\mu_0 N i_0}{2\pi r}.$$

Portanto, observando que  $d\mathbf{A}$  é paralelo ao campo  $\mathbf{B}$  e que em módulo,  $dA = h dr$ , temos

$$\begin{aligned}
 \Phi_B &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\
 &= \frac{\mu_0 N i_0 h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \\
 &= \frac{\mu_0 N i_0 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.
 \end{aligned}$$

**P 32-13.**

Um toróide tem uma seção reta quadrada de lado igual a 5 cm, raio interno de 15 cm, 500 espiras e transporta uma corrente igual a 0.8 A. Calcule o fluxo magnético através da seção reta.

► Do problema anterior sabemos que

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N i_0 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

Temos aqui que  $h = 5$  cm,  $a = 15$  cm,  $b = a + h = 20$  cm,  $i_0 = 0.8$  A e  $N = 500$  espiras. Portanto, basta substituir os valores numéricos para se obter o resultado desejado:

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(500)(0.8)(0.05)}{2\pi} \ln\left(\frac{20}{15}\right) \\ &= 1.15 \times 10^{-6} \text{ Wb.} \end{aligned}$$

**P 32-14.**

► Temos que  $L = 0.5$  m,  $r = 0.5$  mm =  $5 \times 10^{-4}$  m e que  $dB/dt = 10$  mT/s =  $10^{-2}$  T/s.

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1.69 \times 10^{-8}) \frac{0.5}{\pi(5 \times 10^{-4})^2} = 0.011 \Omega$$

O raio do fio não é difícil de ser determinado:

$$r_f = \frac{L}{2\pi} = \frac{0.5}{2\pi} \simeq 0.08 \text{ m,}$$

donde sai que

$$\Phi_B = BA = B(\pi r_f^2)$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \pi r_f^2 \frac{dB}{dt} = \pi(0.08)^2 (10^{-2}) = 2.01 \times 10^{-4} \text{ V}$$

Portanto

$$\mathcal{E} = 2.01 \times 10^{-4} \text{ V}$$

donde sai

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = 0.0183 \text{ A.}$$

Com isto, a taxa de produção de energia térmica na espira é

$$P = i^2 R = 3.675 \times 10^{-6} \text{ W.}$$

**P 32-16.**

A figura ao lado mostra duas espiras de fio em forma de anel, que têm o mesmo eixo. O anel menor

está acima do maior, a uma distância  $x$ , que é grande em comparação com o raio  $R$ , do anel maior. Em consequência, com a passagem da corrente  $i$  pelo anel maior (veja a figura), o campo magnético correspondente é aproximadamente constante através da área plana  $\pi r^2$ , limitada pelo anel menor. Suponha agora que a distância  $x$  não seja fixa, mas que varie à razão constante  $dx/dt = v$ . (a) Determine o fluxo magnético através da área limitada pelo anel menor. (b) Calcule a fem gerada no anel menor. (c) Determine o sentido da corrente induzida no anel menor. (Sugestão: Veja a Eq. 25 do capítulo 31.)

► (a) Na região da espira menor o campo magnético produzido pela espira maior pode ser considerado como sendo uniforme e igual ao seu valor no centro da espira menor, sobre o eixo. A Eq. 31-24, com  $z = x$  e  $x \gg R$ , fornece o módulo de  $B$ :

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3}.$$

O campo está dirigido *para cima* na figura. O fluxo magnético através da espira menor é dado pelo produto do campo pela área da espira menor, ou seja,

$$\Phi_B = \frac{\pi \mu_0 i r^2 R^2}{2x^3}.$$

(c) A força eletromotriz é dada pela lei de Faraday:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -\frac{\pi \mu_0 i r^2 R^2}{2} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{x^3} \right) \\ &= -\frac{\pi \mu_0 i r^2 R^2}{2} \left( -\frac{3}{x^4} \frac{dx}{dt} \right) \\ &= \frac{3\pi \mu_0 i r^2 R^2 v}{2x^4}. \end{aligned}$$

(c) O campo da espira maior aponta para cima e *decrece* com a distância à espira. A medida que a espira menor afasta-se o fluxo através dela *decrece*. A corrente induzida deverá ser tal a produzir um campo dirigido também para cima, de modo a compensar o decréscimo do campo da espira maior (que induz a corrente). A corrente fluirá no sentido anti-horário quando a espira é vista de cima, na mesma direção da corrente na espira maior.

**P 32-19.**

►  $B(t) = 0.042 - 0.87 t$ .

(a) Chamando  $A$  a área do quadrado temos

$$\begin{aligned}\Phi_B &= B(t) \frac{A}{2} \\ \Phi_B &= 2[0.042 - 0.87t] \\ \frac{d\Phi_B}{dt} &= -2 \cdot 0.87 = -1.74 \text{ V.}\end{aligned}$$

Portanto  $|\mathcal{E}| = 1.74 \text{ V}$ , anti-horária;  $\mathcal{E}_T = 20 + 1.74 = 21.74 \text{ V}$ .

(b)  $i_i$  é anti-horária.

trilhos é  $Lx$  e o fluxo através da área é  $\Phi_B = BLx$ . A fem induzida é

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = BL \frac{dx}{dt} = BLv,$$

onde  $v$  é a velocidade da barra. Portanto

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= (1.2 \text{ T})(0.10 \text{ m})(5.0 \text{ m/s}) \\ &= 0.60 \text{ V.}\end{aligned}$$

(b) Sendo  $R$  a resistência da barra, a corrente no laço é

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.60 \text{ V}}{0.40 \Omega} = 1.5 \text{ A.}$$

Como a barra move-se para a esquerda no diagrama, o fluxo aumenta. A corrente induzida deve produzir um campo magnético que entra na página na região delimitada pela barra e trilhos. Para que assim seja, a corrente deve fluir no sentido horário.

(c) A taxa de geração de energia térmica pela resistência da barra é

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{(0.60)^2}{0.40} = 0.90 \text{ W.}$$

(d) Como a barra move-se com velocidade constante, a força total sobre ela deve ser nula. Isto significa que a força do agente externo tem que ter a mesma magnitude que a força magnética mas na direção oposta.

A magnitude da força magnética é

$$F_B = iLB = (1.5)(0.10)(1.2) = 0.18 \text{ N.}$$

Como o campo aponta para fora da página e a corrente está dirigida para cima através da barra, a força magnética esta dirigida para a direita. A força do agente externo tem que ser, portanto, de 0.18 N para a esquerda.

(e) Quando a barra move-se uma distância infinitesimal  $dx$  o agente externo faz um trabalho  $dW = F dx$ , onde  $F$  é a força do agente. A força está na direção do movimento, de modo que o trabalho feito pelo agente é positivo. A taxa na qual o agente realiza trabalho é

$$\frac{dW}{dt} = F \frac{dx}{dt} = Fv = (0.18)(5.0) = 0.90 \text{ W,}$$

que coincide com a taxa com que a energia térmica é gerada. A energia térmica fornecida pelo agente externo é convertida integralmente em energia térmica.

### 1.2.2 Indução: Um Estudo Quantitativo – 22/39

#### **E 32-22.**



#### **E 32-23.**



(a) O fluxo varia porque a área limitada pela barra metálica e os trilhos aumenta quando a barra se move. Suponha que num certo instante a barra esteja a uma distância  $x$  da extremidade à direita dos trilhos e tenha velocidade  $v$ . Neste caso o fluxo através da área é

$$\Phi_B = BA = BLx,$$

onde  $L$  é a distância entre os trilhos.

De acordo com a lei de Faraday, a magnitude da fem induzida é

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \frac{d\Phi_B}{dt} = BL \frac{dx}{dt} = BLv \\ &= (0.350 \text{ T})(0.250 \text{ m})(0.550 \text{ m/s}) \\ &= 4.81 \times 10^{-2} \text{ V.}\end{aligned}$$

(b) Use a lei de Ohm. Se a resistência da barra for  $R$ , então a corrente na barra é

$$\begin{aligned}i &= \frac{\mathcal{E}}{R} \\ &= \frac{4.81 \times 10^{-2} \text{ V}}{18 \Omega} \\ &= 2.67 \times 10^{-3} \text{ A.}\end{aligned}$$

#### **E 32-24.**

► (a) Seja  $x$  a distância a partir da extremidade direita dos trilhos até a barra. A área demarcada pela barra e os

#### **P 32-27.**

Dois trilhos retilíneos formam um ângulo reto no ponto de junção de suas extremidades. Uma barra condutora em contato com os trilhos parte do vértice no instante  $t = 0$  e se move com velocidade constante de  $5,2 \text{ m/s}$  para a direita, como mostra a Fig. 32-42. Um campo magnético de  $0,35 \text{ T}$  aponta para fora da página. Calcular (a) o fluxo através do triângulo formado pelos trilhos e a barra no instante  $t = 3$  segundos e (b) a fem induzida no triângulo neste instante. (c) De que modo a fem induzida no triângulo varia com o tempo?

► (a) Após um tempo  $t$  o segmento vertical terá andado uma distância horizontal  $vt$ , o que fornece para a área  $A(t)$  do triângulo em questão o valor  $A(t) = (vt)(2vt)/2 = v^2 t^2$ . Portanto, o fluxo será dado por

$$\begin{aligned}\Phi_B(3.0) &= B A(3.0) \\ &= (0.35)(5.20)^2(3.0)^2 \\ &= 85.2 \text{ T m}^2.\end{aligned}$$

(b) Para obter a fem induzida:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(B A(t))}{dt} \\ &= -B \frac{dA(t)}{dt} = -B \frac{d(v^2 t^2)}{dt} \\ &= -2Bv^2 t \\ &= -2(0.35)(5.2)^2(3.0) = -56.8 \text{ V}.\end{aligned}$$

(c) Como se pode bem ver da expressão acima  $\mathcal{E} = -2Bv^2 t$ , a fem varia *linearmente* em função do tempo.

### P 32-28.

► (a) A frequência da fem induzida coincide com a frequência com que a semicircunferência é girada:  $f$ .

(b) A amplitude da fem induzida é dada por

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

de modo que precisamos determinar como o fluxo varia com o tempo a medida que a semicircunferência é girada. Da definição de fluxo temos

$$\begin{aligned}\Phi_B &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\ &= BA \cos(2\pi ft) \\ &= B \frac{\pi a^2}{2} \cos(2\pi ft),\end{aligned}$$

onde  $A$  é a área da semicircunferência. Portanto

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -B \frac{\pi a^2}{2} \frac{d \cos(2\pi ft)}{dt} \\ &= B \frac{\pi a^2}{2} 2\pi f \sin(2\pi ft) \\ &= B\pi^2 a^2 f \sin(2\pi ft),\end{aligned}$$

donde reconhecemos facilmente que a amplitude da fem é

$$\mathcal{E}_m \equiv B\pi^2 a^2 f.$$

Como o circuito contém uma resistência  $R$ , vemos que a amplitude da corrente alternada que circulará na espira é

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R} = \frac{B\pi^2 a^2 f}{R},$$

sendo que para um instante de tempo  $t$  qualquer, a corrente no circuito será

$$i = i_m \sin(2\pi ft).$$

### P 32-29.

► (a) A área da bobina é  $A = ab$ . Suponha que num dado instante de tempo a normal à bobina faça um ângulo  $\theta$  com o campo magnético. A magnitude do fluxo através da bobina será então

$$\Phi_B = N ab B \cos \theta$$

e a fem induzida na bobina é

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -\frac{d[N ab B \cos \theta]}{dt} \\ &= [N ab B \sin \theta] \frac{d\theta}{dt}.\end{aligned}$$

Em termos da frequência  $f$  de rotação e do tempo  $t$ ,  $\theta$  é dado por  $\theta = 2\pi ft$ . Portanto, temos que  $d\theta/dt = 2\pi f$ . Com isto, a fem é dada por

$$\mathcal{E} = 2\pi f N ab B \sin(2\pi ft),$$

expressão que pode ser escrita como  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(2\pi ft)$ , onde  $\mathcal{E}_0 \equiv 2\pi f N ab B$ .

(b) A bobina desejada deve satisfazer

$$\mathcal{E}_0 \equiv 2\pi f N ab B = 150 \text{ V}.$$

Isto significa que

$$\begin{aligned} N a b &= \frac{\mathcal{E}_0}{2\pi f B} \\ &= \frac{150}{2\pi(60 \text{ rev/s})(0.50 \text{ T})} \\ &= \frac{5}{2\pi} \\ &\simeq 0.796 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Qualquer bobina para a qual tenhamos  $N a b = 0.796 \text{ m}^2$  satisfará o pedido. Um exemplo simples é usar-se  $N = 100$  voltas e  $a = b = 8.92 \text{ cm}$ .

**P 32-34.**

►

**P 32-36.**

► Use a lei de Faraday para encontrar uma expressão para a fem induzida pelo campo magnético variável. Primeiro, encontre uma expressão para o fluxo através da espira. Como o campo depende de  $y$  mas não de  $x$ , divida a área em tiras de comprimento  $L$  e largura  $dy$ , paralelas ao eixo  $x$ . É claro que  $L$  é o próprio comprimento de um dos lados do quadrado.

Num instante  $t$  o fluxo através duma tira com coordenada  $y$  é  $d\Phi_B = B L dy = 4L t^2 y dy$  de modo que o fluxo total através do quadrado é

$$\Phi_B = \int_0^L 4L t^2 y dy = 2L^3 t^2.$$

De acordo com a lei de Faraday, a magnitude da fem induzida no quadrado é

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(2L^3 t^2) = 4L^3 t.$$

Para  $t = 2.5 \text{ s}$  encontramos

$$\mathcal{E} = 4(0.020)^3(2.5) = 8 \times 10^{-5} \text{ V}.$$

O campo externo aponta para fora da página e cresce com o tempo. A corrente induzida na espira quadrada deve produzir um campo que entra na página, de modo que tal corrente deve fluir no sentido horário. A fem é também induzida no sentido horário.

**P 32-38\*.**

► (a) Como a variação do fluxo magnético através da área delimitada pela barra e os trilhos induz uma corrente, o campo magnético exerce uma força sobre a barra.

A força magnética é horizontal e aponta para a esquerda na projeção da figura 32-49. Ela tende a parar a barra, enquanto que a força gravitacional sobre a barra a acelerará para baixo. Como a força magnética é zero quando a barra está parada e aumenta com a velocidade da barra, a velocidade terminal é atingida quando a força resultante atuando na barra for zero.

Primeiro, supomos que a barra tenha uma velocidade  $v$  e calculamos a força magnética sobre ela. Seja  $x$  a distância entre a barra deslizante e a porção horizontal do trilho, na parte inferior do plano inclinado. A área delimitada pela barra e os trilhos é  $A = \ell x$ , já que a normal à área faz um ângulo  $\theta$  com o campo magnético, sendo que o fluxo magnético através da espira é

$$\Phi_B = B \ell x \cos \theta.$$

De acordo com a lei de Faraday, a fem induzida na espira é  $\mathcal{E} = B \ell v \cos \theta$ . Sendo  $R$  a resistência da barra, a corrente induzida será

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B \ell v}{R} \cos \theta,$$

e a magnitude da força magnética será

$$F_B = i \ell B = \frac{B^2 \ell^2 v}{R} \cos \theta.$$

Tal força é perpendicular tanto ao campo magnético quanto à corrente. Ela é horizontal, para a esquerda.

As componentes das forças ao longo do plano inclinado (i.e. ao longo da direção  $x$ ) são

$$m g \sin \theta - F_B \cos \theta = m a,$$

onde  $a$  é a aceleração da barra. Ter-se uma velocidade terminal constante significa ter-se  $a = 0$ , ou seja, ter-se

$$F_B \cos \theta = m g \sin \theta,$$

que, ao substituirmos  $F_B$ , nos fornece

$$v = \frac{m g R \sin \theta}{B^2 \ell^2 \cos^2 \theta}.$$

(b) A energia térmica é gerada na barra com uma taxa  $P_T = i^2 R$ , ou seja, como  $i = (B \ell v / R) \cos \theta$ ,

$$P_T = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} \cos^2 \theta = \frac{m^2 g^2 R \sin^2 \theta}{B^2 \ell^2 \cos^2 \theta}.$$

Suponha que a barra esteja a uma altura  $h$  acima da base do plano inclinado. Sua energia potencial é então

$U = mgh = mgx \sin\theta$ . A perda de energia potencial ocorre a uma taxa

$$P_g = \frac{dU}{dt} = mg \frac{dx}{dt} \sin\theta = mgv \sin\theta.$$

Substituindo-se nesta expressão a velocidade terminal  $v$  encontramos

$$P_g = \frac{m^2 g^2 R \sin^2\theta}{B^2 \ell^2 \cos^2\theta},$$

que é a mesma expressão com que a energia térmica é gerada. Note que a expressão da velocidade terminal precisa ser usada. Até atingir-se a velocidade terminal existe transformação de energia potencial em energia cinética, a medida que a barra ganha velocidade.

(c) Se o campo magnético apontar para baixo a direção da corrente será invertida mas a força magnética permanecerá na mesma direção, fazendo com que o movimento da barra permaneça inalterado.

### P 32-39\*.

►

## 1.2.3 Campo Elétrico Induzido – 40/47

### E 32-40.

► (a) O ponto onde se deseja o campo está dentro do solenóide, de modo que se pode aplicar a Eq. (32-24). A magnitude do campo elétrico induzido é

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} r \\ &= \frac{1}{2} (6.5 \times 10^{-3}) (0.0220) \\ &= 7.15 \times 10^{-5} \text{ V/m.} \end{aligned}$$

(b) Neste caso o ponto está fora do solenóide, de modo que podemos aplicar a Eq. (32-25). A magnitude do campo elétrico induzido é

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \frac{R^2}{r} \\ &= \frac{1}{2} (6.5 \times 10^{-3}) \frac{(0.0600)^2}{0.0820} \\ &= 1.43 \times 10^{-4} \text{ V/m.} \end{aligned}$$

### P 32-44.

► Use a lei de Faraday na forma

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Integre em torno da trajetória pontilhada mostrada na Fig. (32-53).

Em todos pontos dos lados superior e inferior da trajetória o campo elétrico ou é perpendicular ou é zero. Suponha que ele se anule em todos pontos do lado direito (fora do capacitor). No lado esquerdo o campo é paralelo à trajetória e tem magnitude constante. Portanto uma integração direta fornece

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = EL,$$

onde  $L$  é o comprimento do lado esquerdo do retângulo. O campo magnético é zero e permanece zero, de modo que  $d\Phi_B/dt = 0$ .

Se isto tudo estivesse certo, a lei de Faraday nos levaria a uma contradição pois deveríamos ter  $EL = 0$  sem que nem  $E$  nem  $L$  fossem zero. Portanto, deve existir um campo elétrico ao longo do lado direito da trajetória de integração.

## 1.2.4 O Betatron – 45/46

### P 32-46.

►

## 1.2.5 Problemas Adicionais – 48/51